

## Übung8: Numerische Verfahren

Unsere Absicht ist numerische Verfahren einsetzen zur Lösung von mathematischen Berechnungen mit numerischen Darstellungen von Funktionen.



### Verzeichnis von Begriffen

- |                  |   |
|------------------|---|
| – Gleitkommazahl | – Differenzformel                             |
| – Ableitung      | – Vorwärts-, Rückwärts-, zentrierte Differenz |
| – Integration    | – Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung        |

**AUFGABE 1:** Bei einer kurzen Strecke von ungefähr 140 Metern ist der Weg eines Fahrzeugs im Bezug auf die Zeit aufgenommen. Die Daten des Wegs sind in der Datei „Fahrzeug.dat“. Die erste Spalte ist die Zeit ( von  $t=0$  bis  $t=20$  Sekunden ) und die zweite der Weg in Metern.

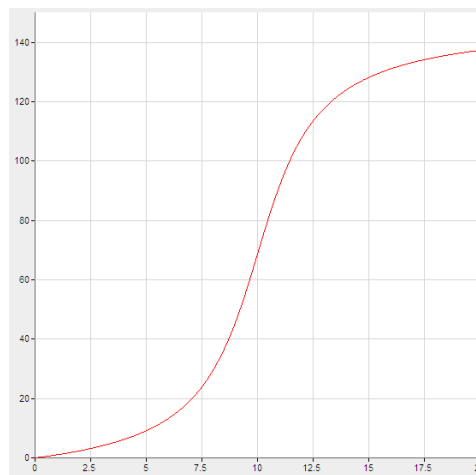


Abbildung 1: Axis x Zeit (s)  
Axis y Position (m)

Lesen Sie Zeit und Weg in zwei Vektoren und dann Berechnen Sie die Geschwindigkeit (d.h.: die Ableitung des Wegs  $v = \frac{dx(t)}{dt} = x'(t)$ ) durch eins der folgenden numerischen Verfahren.

Entweder

- $v(t_i) = x'(t_i) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$  Vorwärts Differenz oder
- $v(t_i) = x'(t_i) = \frac{x(t_i) - x(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}}$  Rückwärts Differenz oder
- $v(t_i) = x'(t_i) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}}$  Zentrale Differenzformel.

Geben Sie die Geschwindigkeit in eine Datei aus, ähnlich wie bei „Fahrzeug.dat“ (Zeitspalte und Geschwindigkeitsspalte)

**Achtung:** Passen Sie auf die Indizes auf. Zum Beispiel, bei der Vorwärts-Formel lässt sich die Geschwindigkeit des letzten Punkts nicht berechnen. Die Vorwärts-Formel benötigt immer nämlich den nächsten Punkt ( $x_{i+1}$ ). Ähnliches ist bei der Rückwärts-Formel. Da lässt sich die Ableitung des ersten Punkts nicht berechnen und ähnlich bei der zentralen Differenzformel.

Der Graph der Geschwindigkeit sollte wie in Abbildung 3 aussehen.

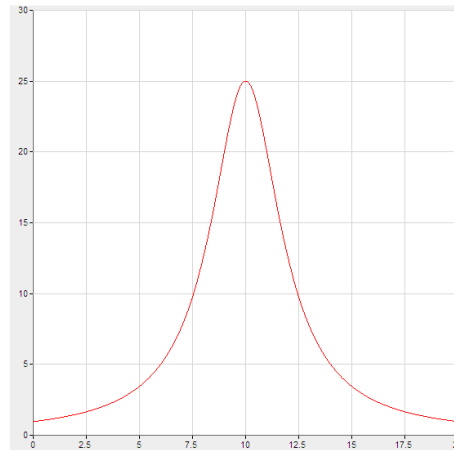


Abbildung 3: Axis y: Geschwindigkeit (m/s)

**Aufgabe 2: Jetzt betrachten Sie die Datei „Beschleunigung.dat“. Da ist die Beschleunigung des Fahrzeugs im Bezug auf die Zeit. Siehe Abbildung 2**

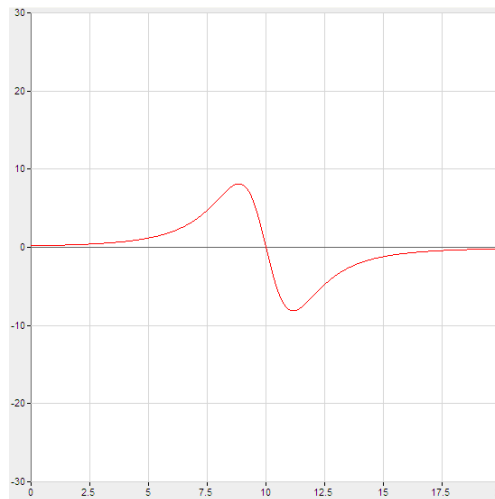


Abbildung 2: Axis y Beschleunigung (m/s²)

**Integrieren Sie die Beschleunigung zwischen t=0 und t=10**

**Die Methode kann sein** 
$$I = a(t_0) \frac{(t_0 - t_1)}{2} + \sum_{i=1}^{i \leq n-1} a(t_i) \frac{(t_{i+1} - t_{i-1})}{2} + a(t_n) \frac{(t_n - t_{n-1})}{2}$$

**Bei Integration der Beschleunigung**  $v(t_2) - v(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$  sollte sich das Inkrement der

**Geschwindigkeit ergeben dass heißt in diesem Fall, wo**

$$\Delta v = v(t_n) - v(t_0) = v(10) - v(0) = 24.9999 - 0.961538 = 24.038162$$

**Zusätzliche Info:** Hier werden die Formel offenbart, die für die Aufgabe benutzt werden. So können wir unsere numerische Berechnungen mit dem genauen theoretischen Ergebnis vergleichen.

Die verwendete Formel für den Weg ist  $x(t) = 50 \left( \operatorname{atan}\left(\frac{t-10}{2}\right) - \operatorname{atan}\left(\frac{-10}{2}\right) \right)$

Die genaue Ableitung (Geschwindigkeit) ist  $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{100}{(t-10)^2 + 4}$

Die genaue zweite Ableitung (Beschleunigung) ist

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \frac{-200(t-10)}{((t-10)^2 + 4)^2}$$